

1. 積分を用いて以下の計算をせよ。
 - (a) 3辺の長さがそれぞれ a, b, c の直方体の体積。
 - (b) 一辺の長さ a の正方形を底面とし、高さ h の四角錐の体積。
2. 以下の問いに答えよ。
 - (a) $(1+x)^a$ のマクローリン展開を、 x の2次の項まで求めよ。
 - (b) $x \rightarrow 0$ の極限で x も $\sin x$ も 0 に近づく。 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ を、 $\sin x$ のマクローリン展開を用いること
によって求めよ。同様に、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{x^2}$ を求めよ。
 - (c) $\sin x, \cos x, \exp(x)$ のマクローリン展開を用いて、 $\exp(ix) = \cos x + i \sin x$ となることを示せ。
3. 物理量の次元について以下の問いに答えよ。ただし、長さ $[L]$ 、質量 $[M]$ 、時間 $[T]$ とせよ。
 - (a) 力とエネルギーの次元を $[L^x M^y T^z]$ の形に書け。
 - (b) 上の結果を用いて、フックの法則におけるばね定数 k の次元を求めよ。力・エネルギー両方から求めた次元が一致することを確認せよ。
4. 滑らかな水平面上にバネ定数 k のバネがおかれている。そのばねの片端に質量 m のおもりがついていて、他端は壁に固定されている。おもりを釣り合いの位置 $x = 0$ から a だけ引っ張って、時間 $t = 0$ で手を離れた。その後のおもりの変位 $x(t)$ は次の微分方程式を満たす。

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -kx(t)$$

この微分方程式を解いて、振幅 A 、角振動数 ω 、振動の周期 T を求めよ。また、横軸に時間 t 、縦軸に変位 $x(t)$ のグラフを書け。横軸の範囲は2周期分で良い。