物理学演習 1

2005.4.14

1. 積分を用いて以下の計算をせよ。
   (a) ３辺の長さがそれぞれ a, b, c の直方体の体積（三重積分）。
   (b) 一辺の長さ a の正方形を底面とし，高さ h の四角錐の体積。
2. 以下の問いに答えよ。
   (a) $(1+x)^a$ のマクローリン展開を，x の 2 次の項まで求めよ。
   (b) $x \to 0$ の極限で x も $\sin x$ も 0 に近づく。$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$ を，$\sin x$ のマクローリン展開を用いることによって求めよ。同様に，$\lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x)}{x^2}$ を求めよ。
   (c) $\sin x, \cos x, \exp(x)$ のマクローリン展開を用いて，$\exp(ix) = \cos x + i \sin x$ となることを示せ。
3. 物理量の次元について以下の問いに答えよ。ただし，長さ $[L]$，質量 $[M]$，時間 $[T]$ とせよ。
   (a) 力とエネルギーの次元を $[L^x M^y T^z]$ の形に書け。
   (b) 上の結果を用いて，フックの法則におけるばね定数 k の次元を求めよ。力・エネルギー両方から求めた次元が一致することを確かめよ。
4. 滑らかな水平面上にバネ定数 k のバネがおかれている。そのばねの片端に質量 m のおもりがついていて，他端は壁に固定されている。おもりを釣り合いの位置 $x = 0$ から a だけ引っ張って，時間 $t = 0$ で手を離した。その後のおもりの変位 $x(t)$ は次の微分方程式を満たす。

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -kx(t)$$

   この微分方程式を解いて，振幅 A，角振動数 ω，振動の周期 T を求めよ。また，横軸に時間 t，縦軸に変位 $x(t)$ のグラフを書け。横軸の範囲は２周期分で良い。