

熱力学 (CB073)

2021 年度秋学期 期末試験問題

担当 平山孝人

2022 年 1 月 28 日

注意：

- 問題用紙 1 枚，解答用紙 3 枚，計算用紙 1 枚。
- 解答用紙 3 枚の全てに氏名・学生番号を記入せよ。
- **大問 I～V のうち 3 問を選択して解答せよ。** 大問 VI の解答は任意。
- **問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。**
- 解答には結果だけでなく，考え方の筋道も書くこと。**結果だけの解答には点数を与えないことがある。**
- 必要ならば以下の式・変数を既知として用いてよい。記号は講義で使ったものと同じである。

$$\text{マックスウェルの関係式: } \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V = -\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S \quad \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$
$$H = E + pV, \quad F = E - TS, \quad G = F + pV$$

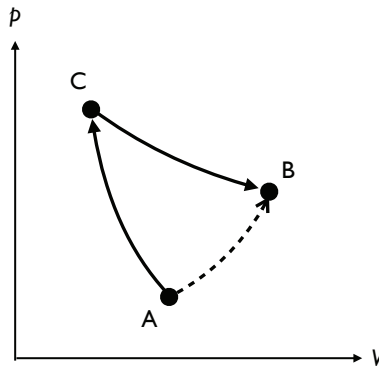
$$dE = TdS - pdV, \quad dH = TdS + Vdp, \quad dF = -SdT - pdV, \quad dG = -SdT + Vdp$$

$$\text{気体定数: } R, \quad \text{定積熱容量: } C_V, \quad \text{定圧熱容量: } C_p, \quad \text{比熱比: } \gamma = C_p/C_V$$

I. 以下の問いに答えよ。

- ヘルムホルツの自由エネルギー F とギブスの自由エネルギー G の物理的意味を定性的に説明せよ。
- エントロピーが状態量であると言える理由を述べよ。
- 3次元空間において， n 個の質点，棒でつながれた 2 個の質点，バネでつながれた 2 個の質点の自由度をそれぞれ求めよ。

II. 状態 A (p_A, V_A, T_A) から状態 B (p_B, V_B, T_B) まで変化したときのエントロピーの差を求めたい。下の $p-V$ 図のように，点 A から断熱線 ($pV^\gamma = \text{定数}$)，点 B から等温線 ($pV = \text{定数}$) を引き，その交点を状態 C (p_C, V_C, T_C) とする。作業物質を 1 mol の理想気体として以下の問いに答えよ。



- 状態 A から状態 C に変化したときのエントロピーの変化 ΔS_{AC} を求めよ。
- 状態 C から状態 B に変化したときの熱の吸収量 Q_{CB} を状態 C と状態 B の状態量を用いて表せ。ただし，等温過程では外部への仕事は $\delta W' = pdV$ であり，これは加えられた熱量と等しい。
- 状態 C から状態 B に変化したときのエントロピーの変化 ΔS_{CB} を T_B, T_C, V_B, V_C のうち必要なものを用いて表せ。
- 状態 A から状態 B に変化したときのエントロピーの変化量 ΔS_{AB} を状態 A と状態 B の状態量を用いて表せ。

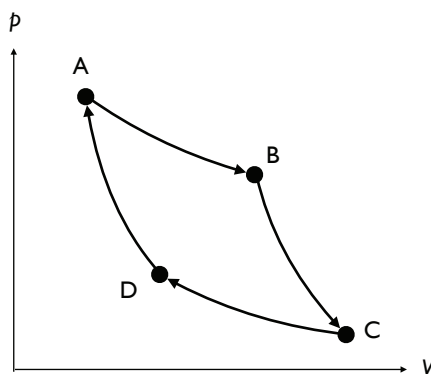
III. エンタルピー $H = E + pV$ からマックスウェルの関係式を求めてみる。

- (a) エンタルピー $H = E + pV$ の式から $dH = TdS + Vdp$ を導け。
- (b) $H = H(S, p)$ と書いて、全微分を計算せよ。
- (c) 上の (a) と (b) の結果を見比べて、 $T = T(S, p)$ と $V = V(S, p)$ をエンタルピーを含んだ微分形式で求めよ。
- (d) 上の結果を用いて、マックスウェルの関係式 $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p$ を導け。

IV. 20°C の水 1 L を 100°C の熱源に接触させ、 80°C に暖めた。水の比熱を $4.2 \text{ J}/(\text{gK})$ 、熱源の温度は変わらないとして、以下の問いに答えよ。

- (a) 水のエントロピーの変化を求めよ。
- (b) 熱源のエントロピーの変化を求めよ。
- (c) 系全体のエントロピーの変化を求め、その正負について議論せよ。

V. 下の図は可逆カルノーサイクルの $p - V$ 図である。以下の問いに答えよ。



- (a) カルノーサイクルの $T - S$ 図（縦軸 T 、横軸 S ）を書け。 $p - V$ 図中の状態 A, B, C, D に対応する場所、および熱量のやり取り（場所と方向）を $T - S$ 図中に明記せよ。
- (b) $T - S$ 図で囲まれた部分の面積はどのような物理量を表しているか述べよ。

VI. [オプション] このテスト問題を批評せよ。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何が書いてあっても減点することはない。