

熱力学 (CB073)

2022 年度秋学期 期末試験問題

担当 平山孝人
2023 年 1 月 27 日

注意：

- 問題用紙 1 枚, 解答用紙 3 枚, 計算用紙 1 枚。
- 解答用紙 3 枚の全てに氏名・学生番号を記入せよ。
- **大問 I ~ V のうち 3 問を選択して解答せよ。** 大問 VI の解答は任意。
- **問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。**
- 解答には結果だけでなく, 考え方の筋道も書くこと。**結果だけの解答には点数を与えないことがある。**
- 必要ならば以下の式・変数・数値を既知として用いてよい。記号は講義で使ったものと同じである。

$$\text{マックスウェルの関係式: } \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V = -\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S \quad \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$
$$H = E + pV, \quad F = E - TS, \quad G = F + pV$$

$$dE = TdS - pdV, \quad dH = TdS + Vdp, \quad dF = -SdT - pdV, \quad dG = -SdT + Vdp$$

気体定数: R , 定積熱容量: C_V , 定圧熱容量: C_p , 比熱比: $\gamma = C_p/C_V$, 水の定圧比熱: 4.2 J/(gK) , $0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$

I. 以下の問いに答えよ。

- (a) ギブス・ヘルムホルツの式 $E = -T^2 \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{F}{T} \right) \right]_V$ が成り立つことを示せ。
- (b) ジュール - トムソン効果の温度変化の割合を表すジュール - トムソン係数 $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_p} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right]$ が, 理想気体の場合にはゼロになることを示せ。
- (c) 20°C の水 500 cc を 200°C の熱源と接触させて, 水の温度を 50°C に上昇させた。この時の水のエントロピーの増加量 ΔS_1 と熱源のエントロピーの増加量 ΔS_2 を, それぞれ J/K の単位で求めよ (有効数字は 2 桁)。熱源の温度は常に一定で, 水の体積は温度に依存しないものとする。[結果の符号に注意]

II. 粒子の出入りがある場合の拡張した熱力学第 1 法則は, $dE = TdS - pdV + \mu dN$ と表される (μ : 化学ポテンシャル)。以下の問いに答えよ。

- (a) 粒子の出入りがある場合の拡張したギブスの自由エネルギー dG を求めよ。
- (b) 上の結果と, ギブスの自由エネルギーが $G(T, p, N) = \mu N$ で表されることを用いて, ギブス-デュエムの関係 $SdT - Vdp + Nd\mu = 0$ が成り立つことを示せ。

III. 理想気体の温度を T_1 から T_2 まで上昇させることを考える ($T_1 < T_2$)。以下の問いに答えよ。

- (a) 圧力 p を一定にしたまま温度を上昇させたときのエントロピーの増加 ΔS_p を求め, T_1, T_2, C_p, C_V のうち必要なものを用いて表せ。
- (b) 体積 V を一定にしたまま温度を上昇させたときのエントロピーの増加 ΔS_V を求め, T_1, T_2, C_p, C_V のうち必要なものを用いて表せ。
- (c) $\Delta S_p/\Delta S_V$ を T_1, T_2, C_p, C_V のうち必要なものを用いて表せ。またその値が 1 より大きい小さいか, またなぜそうなるのかを定性的に説明せよ。

IV. ヘルムホルツの自由エネルギー F について、以下の問いに答えよ。

- (a) $dF = -SdT - pdV$ であることを導け。
- (b) $F = F(T, V)$ と書いて、全微分を計算せよ。
- (c) 上の結果を用いて、マックスウェルの関係式 $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ を導け。

V. 夏、エアコンを使って部屋を冷やすときに必要な電力を、クラウジウスの関係式 $\oint_C \frac{\delta Q}{T} = 0$ を用いて考えてみる。室内と屋外の温度をそれぞれ T_1, T_2 、エアコンが室内から奪う熱量を Q_1 、エアコンが屋外に放出する熱量を Q_2 、エアコンがする仕事を W_0 として以下の問いに答えよ。全ての過程は理想的に起きるものとする。

- (a) Q_1, Q_2, W_0 の関係を表す式を書け。
- (b) クラウジウスの関係式を用いて、 T_1, T_2, Q_1, Q_2 が満たす式を書け。
- (c) 上の結果を用いて、 W_0 を T_1, T_2, Q_2 を用いて表せ。
- (d) 屋外の温度が 35°C の時に、消費電力 3.0 kW のエアコンを使って室内を 25°C に保ちたい。そのために屋外に捨てる 1 秒間あたりの熱量を J の単位で求めよ。有効数字は 2 桁。

VI. [オプション] このテスト問題を批評せよ。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何かが書いてあっても減点することはない。