

熱力学 (CB073)

2023 年度秋学期 期末試験問題

担当 平山孝人

2024 年 1 月 26 日

注意：

- 問題用紙 1 枚，解答用紙 3 枚，計算用紙 1 枚。
- 解答用紙 3 枚の全てに氏名・学生番号を記入せよ。
- 大問は I ～ III の 3 問。全ての問題に解答せよ。大問 IV の解答は任意。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく，考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の式・変数・数値を既知として用いてよい。記号は講義で使ったものと同じである。

$$\text{マックスウェルの関係式：} \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V = -\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S \quad \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$
$$H = E + pV, \quad F = E - TS, \quad G = F + pV$$

$$dE = TdS - pdV, \quad dH = TdS + Vdp, \quad dF = -SdT - pdV, \quad dG = -SdT + Vdp$$

$$\text{気体定数：} R, \quad \text{定積熱容量：} C_V, \quad \text{定圧熱容量：} C_p, \quad \text{比熱比：} \gamma = C_p/C_V, \quad \text{水の比熱：} 4.2 \text{ J/(gK)}, \quad 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$$

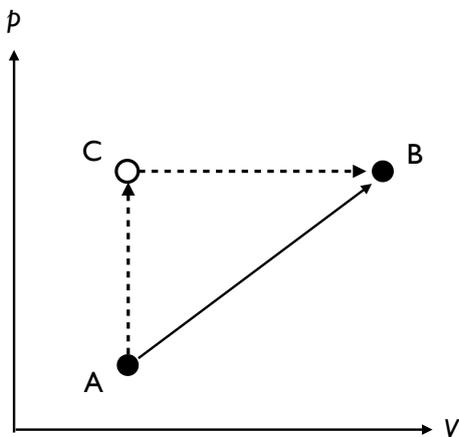
I. 以下の問いに答えよ。

- (a) 20°C の水 1 L を 100°C の熱源に接触させ 80°C に暖めた。熱源の温度は不変であり温度が変わっても水の体積は変わらないとして，水のエントロピー変化，熱源のエントロピー変化，全体のエントロピー変化を J/K の単位で求めよ。有効数字は 2 桁とせよ。
- (b) ギブスの自由エネルギー G で表した微分形式の熱力学第 1 法則と，ギブスの自由エネルギーの全微分を使うことにより，マックスウェルの関係式 $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ を導け。
- (c) 2 個の質点が棒でつながれた時の運動の自由度は 5，ばねでつながれた時の運動の自由度は 6 である。それぞれの場合において，自由度がどのような変数に対応するのかを明らかにせよ。
- (d) エンタルピー H とヘルムホルツの自由エネルギー F の物理的意味を定性的に説明せよ。
- (e) 温度 T の n mol の理想気体が，体積 V_0 の状態から真空中に断熱的に膨張して体積 V_1 の状態になる場合を考える。この場合，温度は変化せずエントロピーが増大していることを示せ。[Hint: 熱力学第 1 法則 $dE = \delta Q + \delta W$ を使って考える]

II. スケートが氷の上を滑る理由として，スケート靴の刃（ブレード）の圧力により氷の融点が下がり液体の水の膜ができるからであるという説がある。実際に融点がどの程度下がるのかを計算で求めてみる。重力加速度を 9.8 m/s^2 ，水の分子量を 18，氷の融解熱を 80 cal/g ， 0°C での水と氷の密度をそれぞれ 1.00 g/cc ， 0.917 g/cc ，熱の仕事当量を 4.2 J/cal とせよ。有効数字は全て 2 桁とする。

- (a) 体重 50 kg の人がスケート靴を履いて，片足で氷の上に立った時に氷にかかる圧力を Pa の単位で求めよ。スケートの刃（ブレード）の長さを 300 mm ，幅を 2.0 mm とせよ。
- (b) 1 mol の氷の融解の潜熱 L_m を J の単位で求めよ。
- (c) 0°C ， 1 mol の氷が全て 0°C の水に変わった時の体積の変化量を m^3 の単位で求めよ。
- (d) クラペイロン-クラウジウスの式 $\frac{dp}{dT} = \frac{L_m}{T\Delta V_m}$ を用いて，温度が 1°C 変化した時の圧力変化を Pa/K の単位で求めよ。
- (e) 体重 50 kg の人がスケート靴を履いて，片足で氷の上に立った時に，氷の融点の変化を K の単位で求めよ。

III. 状態 A (p_A, V_A, T_A) から状態 B (p_B, V_B, T_B) まで変化したときのエントロピーの差を求めたい。下の $p-V$ 図のように、点 A から等積線 ($T/p = \text{定数}$)、点 B から等圧線 ($T/V = \text{定数}$) を引き、その交点を状態 C (p_B, V_A, T_C) とし、状態 A \rightarrow 状態 C \rightarrow 状態 B という経路を考える。作業物質を 1 mol の理想気体として、以下の問いに答えよ。



- (a) 等積熱容量が $\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V$ 、熱量とエントロピーの関係が $\frac{\delta Q}{T} = dS$ であることを使って、定積過程における dS を C_V と T を用いて表せ。
- (b) 上の関係を用いて、状態 A から状態 C に変化したときのエントロピーの変化 ΔS_{AC} を C_V, T_A, T_C を用いて表せ。
- (c) 上の問題と同様に考えて、状態 C から状態 B に変化したときのエントロピーの変化 ΔS_{CB} を C_p, T_B, T_C を用いて表せ。
- (d) 状態 C の温度 T_C を p_A, p_B, T_A を用いて表せ。
- (e) 状態 A から状態 B に変化したときのエントロピーの変化 ΔS_{AB} を $C_p, C_V, p_A, p_B, V_A, V_B$ を用いて表せ。

IV. [オプション] このテスト問題を批評せよ。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何が書いてあっても減点することはない。