

熱力学 (CB073)

2023 年度秋学期 中間テスト問題

担当 平山孝人

2023 年 12 月 1 日

注意：

- 問題数は 2 題 (+α)。試験時間は 60 分。途中退室は認めない。
- 問題文に出てくる物理量などの記号は、授業で用いたものと同じである。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 必要ならば以下の数値を用いてよい。
水の比熱：0.50 cal/gK, 氷の比熱：1.0 cal/gK, 氷の融解熱：80 cal/g, 水の気化熱： 5.4×10^2 cal/g,
熱の仕事当量：4.2 J/cal, 気体定数：8.3 J/(mol K), 1 気圧 = 1.0×10^5 Pa

I. 以下の問いに答えよ。数字で答える場合の有効数字は 2 桁とせよ。

- (a) $f(x, y) = axy^3$ (a は定数) の全微分 df と $\frac{df}{f}$ を求めよ。
- (b) -10°C の水 0.30 kg を全て蒸発させるために必要な熱量を, J (ジュール) の単位で求めよ。
- (c) 20°C の 2 mol の理想気体を, 圧力一定で 30°C にあげた時に外にする仕事を求めよ。
- (d) 27°C の 5 mol の理想気体を, 温度一定で体積を 2 倍にした時の仕事を求めよ。

II. 1 mol の理想気体を作業物質とした順方向のカルノーサイクルを考える。点 A, B をそれぞれ等温膨張過程の始点と終点, 点 C, D をそれぞれ等温圧縮過程の始点と終点とし, 点 A, B, C, D ではそれぞれ (p_A, V_A, T_1) , (p_B, V_B, T_1) , (p_C, V_C, T_2) , (p_D, V_D, T_2) の状態にあるとする。以下の問いに答えよ。

- (a) カルノーサイクルの $p - V$ 図 (縦軸が p , 横軸が V) を書け。作業物質が吸収する熱量 Q_1 と放出する熱量 Q_2 を矢印で記入せよ。
- (b) カルノーサイクルの $T - V$ 図 (縦軸が T , 横軸が V) を書け。作業物質が吸収する熱量 Q_1 と放出する熱量 Q_2 を矢印で記入せよ。
- (c) (b) で書いたカルノーサイクルの $T - V$ 図において, 状態 B から状態 C に向かう曲線の関数 $T = T(V)$ を, 定数を k とし T, V, γ を用いて書け。
- (d) 等温膨張過程で作業物質が外にする仕事 $W_1 = \int_{V_A}^{V_B} pdV$ と加えられた熱量 Q_1 を, R, T_1, V_A, V_B を用いて表せ。
- (e) 断熱膨張過程で作業物質が外にする仕事 W_2 は

$$W_2 = \int_{V_B}^{V_C} pdV = k' \int_{V_B}^{V_C} \frac{1}{V^\gamma} dV = k' \frac{1}{\gamma - 1} (V_B^{1-\gamma} - V_C^{1-\gamma})$$

で求められる。この式を変形して, $W_2 = C_V(T_1 - T_2)$ となることを示せ。ここで, γ は定圧熱容量 C_p と定積熱容量 C_V の比 C_p/C_V であり, k' は断熱過程で成り立つポアソンの法則 $pV^\gamma = k'$ の定数である。

- (f) カルノーサイクルが 1 周する間に外にする仕事 $W = \oint pdV = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$ を R, T_1, T_2, V_A, V_B を用いて表せ。
- (g) 高温熱源の温度 200°C , 低温熱源の温度 27°C で, 高温熱源が出す熱量を 3.5×10^7 (J) としたとき, このカルノーサイクルの効率と, この機関が外にする仕事 (単位は J) を有効数字 2 桁で求めよ。

III. [オプション] このテスト問題を批評せよ。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何が書いてあっても減点することはない。