

# 物性概論 2011年度期末試験

担当 平山孝人

2011年7月25日 13:20 ~ 14:40

## 注意:

- 問題用紙1枚, 解答用紙3枚, 計算用紙1枚。問題数は4題+ $\alpha$ 。
- 全ての解答用紙に氏名・学生番号を記入せよ。
- **問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。**
- 解答には結果だけでなく, 考え方の筋道も書くこと。**結果だけの解答には点数を与えないことがある。**
- 必要ならば以下の値を用いよ。

素電荷:  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  (C), 真空の誘電率:  $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12}$  (F/m), 核子の質量:  $m_p = m_n = 1.7 \times 10^{-27}$  (kg), 電子の質量:  $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$  (kg), ボルツマン定数:  $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$  (J/K), アボガドロ数:  $N_A = 6.0 \times 10^{23}$ , プランク定数:  $h = 6.6 \times 10^{-34}$  (J·s), 光速:  $c = 3.0 \times 10^8$  (m/s), ボーア半径:  $a_0 = 5.3 \times 10^{-11}$  (m),  $\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{8m_e} \left( \frac{3N}{\pi} \right)^{2/3}$  .

1. 以下の問いに答えよ。

- (a) この部屋に存在する気体の質量と原子数を求めよ。計算に用いた全ての値を明記すること。1 mol の気体が占める体積は 22.4 (ℓ) として良い。[有効数字1桁]
- (b) Calculate the Fermi energy (eV), Fermi temperature (K) and Fermi velocity (m/s) for Ba (Barium) crystal. Use the following information for Ba if necessary; lattice constant  $a = 0.50$  nm, crystal structure BCC (Body Centered Cubic), number of electrons per atom  $Z = 2$ .

2. 1個の原子を, 1次元の井戸型ポテンシャル  $V(x)$  に質量  $m$  の電子が1個束縛されている簡単なモデルで考える。ここで  $V(x)$  は

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq L) \\ \infty & (x < 0, x > L) \end{cases}$$

とする。この状態の電子の波動関数  $\psi_n(x)$  とエネルギー固有値  $E_n^A$  は,  $n$  を状態を表す量子数として以下ようになる。

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad E_n^A = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 n^2$$

以下の問いに答えよ。

- (a)  $N$  個の原子が原子核間距離  $L$  で並んだ1次元の固体 (長さ  $N \times L$ ) を考える。電子が特定の原子に束縛されずに全体を自由に動き回れるようになった場合 (金属結合のモデル) の1電子のエネルギー  $E_n^M$  を求めよ。
- (b) 原子1個が1個の電子を出す場合 (価数  $Z = 1$  の場合), この井戸型ポテンシャル内に  $N$  個の電子が存在し, 一つの  $n$  に対して2個ずつの電子が入りうる。  $N$  が十分大きい場合の全エネルギー  $E^M$  を求めよ。必要であれば

$$\sum_{i=1}^k i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

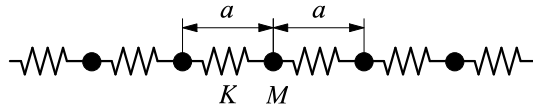
を用いよ。

- (c)  $N$  個の原子が互いに十分離れていて全て基底状態 ( $n = 1$ ) にあった場合, 系全体のエネルギーは  $N \times E_1^A$  となる。このエネルギーと上で求めた  $E^M$  の大小関係を, 不確定性原理から定性的に論ぜよ。

3. イオン結合とファンデルワールス結合について考える。以下の問いに答えよ。

- (a) それぞれの結合をする代表的な物質の名前を一つずつ挙げよ。
- (b) それぞれの結合機構を簡単に説明し、結合エネルギーの求め方を定性的に説明せよ。
- (c) それぞれの結合をする物質を構成する元素の特徴は何か。

4. 図のように、質量  $M$  の原子がバネ定数  $K$  のバネでつり合いの距離（格子定数） $a$  で1次元につながっている1次元の結晶格子を考える。以下の問いに答えよ。



- (a)  $l-1, l, l+1$  番目の原子の変位をそれぞれ  $u_{l-1}, u_l, u_{l+1}$  とする。 $l$  番目の原子に対する運動方程式を書け。
- (b) この運動方程式が平面波の解  $u_l(q) = U(q) \exp[i(qr_l - \omega t)]$  を持つとして  $l$  番目と  $l \pm 1$  番目の原子の変位  $u_l$  と  $u_{l \pm 1}$  の関係を求めよ。ただし  $q = 2\pi/\lambda, r_l = la$  である。
- (c) 上の (a) で求めた運動方程式を (b) の関係を用いて書き換え、 $u_l$  が単振動を表すことを示せ。また、角振動数  $\omega$  を  $K, M, q, a$  を用いて求めよ。
- (d)  $q$  と  $\omega$  の分散関係を図示せよ。

5. [オプション] この試験問題を批評せよ。有意な内容の場合には点数を加算する (何を書いても減点はしない)。レポートの問題についての記述も可。