

物性概論 2003年度期末試験

担当 平山孝人

2004年1月22日 13:00 ~ 14:30

注意：

- 問題用紙1枚, 解答用紙3枚, 計算用紙1枚。
- 解答用紙には3枚とも氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題数5題, 全ての問いに答えること。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく、考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の値を用いよ。

素電荷： $e = 1.6 \times 10^{-19}$ (C), 真空中の誘電率： $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12}$ (F/m), アボガドロ数： $N_A = 6.0 \times 10^{23}$, 核子の質量： $m_p = m_n = 1.7 \times 10^{-27}$ (Kg), 電子の質量： $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ (Kg), ボルツマン定数： $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$ (J/K), プランク定数： $h = 6.6 \times 10^{-34}$ (Js), 光速： $c = 3.0 \times 10^8$ (m/s)

- (a) 地球の重さはどれくらいか (有効数字1桁)。
(b) 地球は何個の原子からできているか (有効数字1桁)。
(c) もし地球が原子核のみでできているとすると, 地球の直径はどれくらいになるか (有効数字1桁)。
- (a) 単純・体心・面心立方格子の単位格子を図示せよ。
(b) それぞれの単位格子に含まれている原子数はいくつか。
(c) それぞれの格子の最隣接原子間距離と最隣接原子数を求めよ。格子定数を a とせよ。
- 固体の結合の種類を二つ挙げ, その結合機構を説明せよ。
- (a) フォノンとは何か。
(b) フォノンのエネルギーは $\epsilon_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) で求められる。角振動数 ω を $10^{13}(\text{s}^{-1})$ として, ゼロ点振動 (温度 $T = 0$ K での振動) のエネルギーを eV の単位で求めよ。有効数字は1桁とせよ。
(c) Ne 固体のゼロ点振動の振幅はどれくらいか, 不確定性原理を用いて求めよ。Ne の質量数は20。有効数字は1桁とせよ。
- (a) 金属中の自由電子の状態密度 $D(E)$ は

$$D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}$$

で求められる。エネルギーと状態密度の関係のグラフを書け。縦軸の値は任意で良い。また, E_F をフェルミエネルギーとして, 絶対温度0度のときに電子が詰まっている領域を図に示せ。

- (b) 温度 T でエネルギー E の状態を占める電子数の期待値 $f(E)$ はフェルミ・ディラックの分布関数で表される。

$$f(E) = \left[\exp \left(\frac{E - E_F}{k_B T} \right) + 1 \right]^{-1}$$

$T = 0$ (K) の時のエネルギーと $f(E)$ の関係のグラフを書け。縦軸の目盛りも記入せよ。

- (c) $T = 0$ (K) の時の自由電子の全エネルギー E_T を求めよ。[ヒント：全エネルギーは, 各状態を占めている電子数にその状態のエネルギーをかけて, 全ての状態にわたって積分をすることにより得られる。]
- (d) $T = 0$ (K) の時の1電子当たりの平均エネルギー $\langle E \rangle$ を上の結果より求めると, $\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F$ となることを示せ。平均エネルギーがフェルミエネルギーの半分よりも大きくなるのはなぜか? 定性的に論ぜよ。