

物性概論 (CB018) 2021 年度期末試験

担当 平山孝人

2021 年 7 月 27 日 11:00 ~ 12:20

注意 :

- 問題用紙 1 枚, 解答用紙 3 枚, 計算用紙 1 枚。問題数は 4 題 + α 。
- 全ての解答用紙に氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく, 考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の値・数式を用いよ。

素電荷: $e = 1.6 \times 10^{-19}$ (C), 真空の誘電率: $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12}$ (F/m), 核子の質量: $m_p = m_n = 1.7 \times 10^{-27}$ (kg),
電子の質量: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ (kg), ボルツマン定数: $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$ (J/K), アボガドロ数: $N_A = 6.0 \times 10^{23}$,
プランク定数: $h = 6.6 \times 10^{-34}$ (J·s), 光速: $c = 3.0 \times 10^8$ (m/s), ボーア半径: $a_0 = 5.3 \times 10^{-11}$ (m),

$$\epsilon_F = \frac{h^2}{8m_e} \left(\frac{3N}{\pi} \right)^{2/3} = k_B T_F$$

1. 以下の問いに答えよ。

- (a) 授業で紹介した X 線を使った物性分析の方法 (X 線分光, X 線回折, X 線光電子分光, オージェ電子分光) のうち一つ選び, その分析の原理を図を用いて説明せよ。
- (b) 地球に存在する陽子の数を求めよ。覚えていない数字を使った場合は, その根拠を明記すること。
[有効数字 1 桁]

2. 固体の結合機構の一つであるファンデルワールス結合は, 二体間の相互作用ポテンシャルを表すレナードジョーンズの 6-12 ポテンシャルの重ね合わせとして説明できる。レナードジョーンズポテンシャルは一般的に次の式で表される。

$$u(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

以下の問いに答えよ。

- (a) レナードジョーンズポテンシャルの概形を, 横軸 r/σ , 縦軸 $u(r)$ としてグラフに書け。また, σ と ϵ の物理的な意味を記せ。
- (b) ファンデルワールス結合による固体の凝集エネルギーは, レナードジョーンズポテンシャルの重ね合わせとして求めることができる。この方法を定性的に説明せよ。
- (c) ファンデルワールス力により結合したファンデルワールス固体は, 一般的に面心立方 (FCC) 構造となることが知られている。体心立方 (BCC) 構造ではなく面心立方構造になる理由を, 定性的に説明せよ。

3. 銅 (Cu) の原子番号は 29, 質量数は 63 であり, 金属結晶になった場合, 格子定数 $a = 0.36$ nm の面心立方格子 (FCC) の構造になる。以下の問いに答えよ。

- (a) 銅 (Cu) の金属結晶の密度を $[\text{kg}/\text{m}^3]$ の単位で求めよ。[有効数字 2 桁]
- (b) 銅 (Cu) 結晶は 1 価の金属である。伝導電子密度を $[\text{個}/\text{m}^3]$, フェルミエネルギーを $[\text{eV}]$, フェルミ速度を $[\text{m}/\text{s}]$, フェルミ温度を $[\text{K}]$ の単位でそれぞれ求めよ。[有効数字 2 桁]

4. 1 個の原子を、1 次元の井戸型ポテンシャル $V(x)$ に質量 m の電子が 1 個束縛されている簡単なモデルで考える。ここで $V(x)$ は

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq L) \\ \infty & (x < 0, x > L) \end{cases}$$

とする。この状態の電子の波動関数 $\psi_n(x)$ とエネルギー固有値 E_n^A は、 n を状態を表す量子数 ($n = 1, 2, 3, \dots$) として以下のようなになる。

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \qquad E_n^A = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 n^2$$

以下の問いに答えよ。

- (a) このモデルにおいて、量子数 n を 1 だけ変化させるのに必要なエネルギー $\Delta E_{n,n+1}^A$ を求めよ。
- (b) N 個の原子が原子核間距離 L で並んだ 1 次元の固体 (長さ $N \times L$) を考える。電子が特定の原子に束縛されずに全体を自由に動き回れるようになった場合 (金属結合のモデル) の 1 電子のエネルギー E_n^M を求めよ。
- (c) 原子 1 個が 1 個の電子を出す場合 (価数 $Z = 1$ の場合)、この井戸型ポテンシャル内に N 個の電子が存在し、一つの n に対して 2 個ずつの電子が入りうる。原子数 N が十分大きい場合の全エネルギー E^M を求めよ。必要であれば

$$\sum_{i=1}^k i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

を用いよ。

- (d) N 個の原子が互いに十分離れていて全て基底状態 ($n = 1$) にあった場合、系全体のエネルギーは $N \times E_1^A$ となる。このエネルギーと (b) で求めた E^M の大小関係を、不確定性原理から定性的に論ぜよ。

5. [オプション] この試験問題を批評せよ。有意な内容の場合には点数を加算する (何を書いても減点はしない)。レポートの問題についての記述も可。