

2012年度後期 物理計測論 (CB113)

担当 平山孝人

2013年1月28日

注意：

- 問題用紙1枚, 解答用紙3枚, グラフ用紙1枚, 計算用紙1枚, 問題数3題+ α 。
- 解答用紙3枚およびグラフ用紙の全てに氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく, 考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の式を用いよ。記号の意味は, 講義で使ったものと同じである。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp \left[-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2} \right]$$

$$w_N(n) = {}_N C_n p^n q^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}$$

$$w_a(n) = \exp(-a) \frac{a^n}{n!}$$

I. 以下の問いに答えよ。

- (a) ある物理量を測定する実験を6回行ったところ, 以下の結果が得られた。

1.24, 1.41, 1.05, 1.38, 1.73, 1.23

標本の平均値 $\bar{x} = 1.34$ である。

- i. 標本の標準偏差 s , 分布の標準偏差 σ , 標準誤差 σ_m を求めよ。
- ii. この測定を多数回行ったところ, 平均値 $\bar{x} = 1.34$, 標準偏差 σ のガウス分布となった。一度の測定で測定値が次の範囲に現れる確率を求めよ。

(1) 1.34 - 1.80 (2) 1.11 - 1.57 (3) 1.34 - 11.02 (4) 1.33 - 1.34

- (b) 質量 (1.3 ± 0.1) kg の物体を床から (1.35 ± 0.11) m の高さから初速度0で自由落下させた。床に到達した時の物体の持つ運動エネルギーとその誤差を求めよ。結果には単位をつけ, 有効数字に注意すること。重力加速度 g を 9.807 m/s^2 とする。
- (c) ある放射線源から放出される信号を1分間計数したところ, 339個あった。放射線源を取り除いてバックグラウンドを1分間計数すると135個だった。放射線源から1分間に放射される真の放射線の数と, その誤差を求めよ。
- (d) 1分間に平均1.1個の放射線を放出する放射線源がある。1分間の測定で, 測定結果が0個, 1個, 2個となる確率を求めよ。また, 測定結果が3個以上となる確率を求めよ。

II. In the following examples, F is a given function of the independently measured quantities X, Y, Z . Calculate the value of F and its error ΔF from the given values of $X \pm \Delta X, Y \pm \Delta Y, Z \pm \Delta Z$.

- (a) $F = 3X + 2Y, X = 124 \pm 15, Y = 11.5 \pm 0.9$
- (b) $F = \frac{3Z}{2X^{1/2}Y^3}, X = 103 \pm 12, Y = 2.8 \pm 0.2, Z = 33 \pm 1$
- (c) $F = X \ln(Y/3), X = 125 \pm 13, Y = 14 \pm 2$

III. 自由落下する物体の運動を調べるにより重力加速度 g を求める実験をした。時間の測定誤差は無視できるほど小さく、落下距離の測定誤差は全ての点で ± 3.5 (m) である。また、時間 t と落下距離 l の関係は $l = \frac{1}{2}gt^2$ である。測定結果は以下のようになった。

経過時間 t (s)	1	3	5
落下距離 l (m)	7.1	41.1	124.0

以下の問いに答えよ。必要であれば $y = ax + b$ で誤差が全ての点で同じ場合の以下の式を用いよ。記号の意味は、講義で使ったものと同じである。

$$a = \left(n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \right) / \Delta \quad \sigma_a = \sigma \sqrt{n / \Delta}$$

$$b = \left(\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \right) / \Delta \quad \sigma_b = \sigma \sqrt{\sum x_i^2 / \Delta}$$

$$\Delta = n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - ax_i - b)^2}{\sigma_i^2}$$

- 配布したグラフ用紙に、横軸 t^2 、縦軸 l として測定結果をプロットせよ。横軸、縦軸には目盛り・単位・説明を入れ、全ての測定点に誤差棒をつけること。
- 最小自乗法を用いてこのグラフの傾きと y 切片を求め、その直線を (a) で作成したグラフに書き加えよ。
- 最小自乗法の結果から、この実験で求めた重力加速度 g の値とその誤差を求めよ。
- χ^2 検定を行い、この測定における誤差の大きさが適切かどうか議論せよ。

IV. この講義を批評せよ。テスト問題についての批評も可。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何が書いてあっても減点することはない。