

2013年度後期 物理計測論 (CB113)

担当 平山孝人

2014年1月27日

注意:

- 問題用紙1枚, 解答用紙3枚, グラフ用紙1枚, 計算用紙1枚, 問題数3題+オプション問題。
- 解答用紙3枚およびグラフ用紙の全てに氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく, 考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の式を用いよ。記号の意味は, 講義で使ったものと同じである。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$w_N(n) = {}_N C_n p^n q^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}$$

$$w_a(n) = \exp(-a) \frac{a^n}{n!}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - ax_i - b)^2}{\sigma_i^2}$$

I. 以下の問いに答えよ。

(a) ある物理量 p を測定する実験を5回行ったところ, 以下の結果が得られた。

585, 632, 579, 605, 649

- 標本の平均値 \bar{x} , 標本の標準偏差 s , 分布の標準偏差 σ , 標準誤差 σ_m を求めよ。また, 最終的な測定値 p を誤差を含めて書け。
 - s , σ , σ_m の意味を, 数式を使わずに説明せよ。
- (b) ある放射線源から放出される信号を1分間計数したところ, 495個あった。放射線源を取り除いてバックグラウンドを1分間計数すると171個だった。放射線源から1分間に放射される真の放射線の数と, その誤差を求めよ。
- (c) 1分間に平均1.5個の放射線を放出する放射線源がある。1分間の測定で, 測定結果が0個, 1個, 2個となる確率を求めよ。また, 測定結果が3個以上となる確率を求めよ。
- (d) A large number of measurements of a quantity x , free from systematic error, form a Gaussian distribution with average \bar{x} and standard deviation σ . What is the probability that a single measurement lies in the following range?

- $\bar{x} - \sigma \sim \bar{x}$
- $\bar{x} + 2\sigma \sim \bar{x} + 10\sigma$
- $\bar{x} \sim \bar{x} + \frac{\sigma}{50}$

II. In the following examples, x , y and z are the independently measured quantities with the standard deviations Δx , Δy and Δz , respectively. Calculate the standard deviation ΔF .

(a) $F = \frac{3z^{1/2}}{2x^3y}$ (b) $F = x \ln(y/3)$ (c) $F = 3 - \frac{2}{x}$

III. 等速直線運動をしている物体の時間ごとの位置を測定して速度 v を求める実験をした。時間の測定誤差は無視できるほど小さく、位置の測定誤差は全ての点で ± 2 (m) である。測定結果は以下のようになった。

時間 t (s)	3	5	9	11
距離 l (m)	14	29	42	59

以下の問いに答えよ。必要であれば $y = ax + b$ で誤差が全ての点で同じ場合の以下の式を用いよ。記号の意味は、講義で使ったものと同じである。

$$a = \left(n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \right) / \Delta \quad \sigma_a = \sigma \sqrt{n / \Delta}$$

$$b = \left(\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \right) / \Delta \quad \sigma_b = \sigma \sqrt{\sum x_i^2 / \Delta}$$

$$\Delta = n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2$$

- 配布したグラフ用紙にグラフを書け。横軸、縦軸には目盛り・単位・説明を入れ、全ての測定点に誤差棒をつけること。
- 最小自乗法を用いてこのグラフの傾きと y 切片を求め、その直線を (a) で作成したグラフに書き加えよ。
- 最小自乗法の結果から、この実験で求めた速度 v の値とその誤差を求めよ。
- χ^2 検定を行い、この測定における誤差の見積りが適切かどうか議論せよ。
- もし $t = 11$ (s) の測定点のみ誤差が大きくなった場合 (例えば $l = 59 \pm 10$ (m))、最小自乗法で求めた速度は大きくなるか小さくなるか答えよ。またその理由を定性的に述べよ。

IV. [オプション問題] この講義を批評せよ。テスト問題についての批評も可。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何が書いてあっても減点することはない。