

物理計測論 (模擬) 試験問題 (1/22 改訂)

担当 平山孝人

注意:

- 問題用紙X枚, 解答用紙Y枚, 計算用紙1枚。
- 全ての解答用紙に氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題数X題。全ての問題に答えること。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく, 考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- この問題は「模擬」問題であり, 80分で解ける量ではない。

1. [誤差伝播。]

A, B, C, D は独立な測定量であり, それぞれ $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta D$ の誤差を持つ。 Z の誤差 ΔZ を求めよ。

(a) $Z = A - 3B$

(b) $Z = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$

(c) $Z = \frac{C^2 D}{A^{2/3} B^2}$

(d) $Z = \frac{A^2 B}{\sqrt{C + D^3}}$

(e) $Z = A \exp(-BC)$

2. [誤差伝播。有効数字。電卓必須。]

以下の問いに答えよ。有効数字に注意して, 結果には単位もつけよ。

(a) 直径 (12.5 ± 0.4) mm, 高さ (4.8 ± 0.3) cm の円柱の体積とその誤差を求めよ。

(b) 質量 (2.4 ± 0.2) kg の物体が一定の速度 (2.35 ± 0.12) m/s で直線運動している。運動エネルギーとその誤差を求めよ。

(c) 一辺の長さ (23.2 ± 0.1) cm, (12.1 ± 0.2) cm, (8.2 ± 0.1) cm, 重さが (2.58 ± 0.11) kg の直方体の体積, 密度とそれらの誤差を求めよ。

3. [標準偏差, 標準誤差。 s, σ, σ_m の求め方は覚える。68.3%, 95.4%も覚える。]

重力を測定する実験を繰り返し行ったところ, 以下の結果が得られた。

9.81, 9.75, 9.67, 9.86, 9.85, 9.67, 9.84, 9.78, 9.93, 9.84 ← [注: 1/22 変更]

標本の平均値 $\bar{x} = 9.80$ である。

(a) 標本の標準偏差 s , 分布の標準偏差 σ , 標準誤差 σ_m を求めよ。

(b) この測定を多数回行った時, 測定値が 9.88 以上, および 9.64 以下の値になる確率を求めよ。

4. [最小自乗法, χ^2 検定, グラフの書き方。最小自乗法の式は覚える必要はない。]

等速で運動している物体の時間ごとの位置を計測したところ以下の表のようになった。時間には測定誤差はなく, 位置の測定誤差は表に記されている。

時間 (s)	2	4	6	8	10
位置 (m)	16	33	38	55	60
位置の測定誤差 (m)	3	5	3	15	5

以下の問いに答えよ。必要であれば $y = ax + b$ の場合の以下の式を用いよ。

$$a = \left(\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} - \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} \right) / \Delta$$

$$b = \left(\sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{y_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \right) / \Delta$$

$$\Delta = \sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} - \left(\sum \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - Ax_i - B)^2}{\sigma_i^2}$$

- (a) グラフ用紙にこの測定結果のグラフを書け。誤差棒もつけること。
- (b) 最小自乗法を用いてこのグラフの傾きと y 切片を求め、グラフに書き加えよ。
- (c) χ^2 検定により、この誤差の大きさが適当かどうか議論せよ。

5. [二項分布。二項分布の式、平均値、標準偏差は覚える。]

以下の問いに答えよ。

- (a) 4枚のコインを投げた時に、表が0枚、1枚、2枚、3枚、4枚出る確率を求めよ。また、表が出る回数の期待値はいくつか。
- (b) 箱の中に赤・青・黄・黒・白の5色のボールがそれぞれ20個ずつ、合計100個入っている。ここからボールを一つずつ3回とり出した時、白い玉が0回、1回、2回、3回出る確率を求めよ。取り出したボールはそのつど箱に戻すものとする。

6. [ポワソン分布、 χ^2 検定。ポワソン分布の式、平均値、標準偏差は覚える。]

以下の問いに答えよ。

- (a) 1秒間に平均2.5個の放射線を放出する放射線源がある。1秒間の測定で測定結果が0, 1, 2, 3, 4, 5, 6個となる確率を求めよ。
- (b) ある放射線源から放出される放射線を1分間計数したところ2523個だった。放射線源を取り除いてバックグラウンドを1分間計数すると535個だった。放射線源から1分間に放出される真の放射線の数とその誤差を求めよ。
- (c) ある放射線源から1分間に放出される放射線の数を100回測定したところ、以下の表のような結果になった。

1分間の放射線の数 n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
観測回数 $F(n)$	5	16	22	22	15	11	5	3	1	0

- i. 1分間あたりの放射線の数の平均値 \bar{n} を求めよ。
- ii. n 個観測される割合 $f(n)$ を求め、グラフに表せ。[講義資料 p183 にあるようなグラフ]
- iii. 同じグラフに平均値 \bar{n} のポワソン分布による計算結果を重ね書きせよ。
- iv. この測定結果はポワソン分布に従っていると言えるか。 χ^2 検定を行うことにより議論せよ。