

線形数学 I 中間テスト

2000年6月29日実施  
数理・情報科学科 佐藤信哉

試験時間は60分で、教科書、ノート、参考書など一切の持ち込み不可。答案には結果だけでなく、途中の過程も書くこと。結果のみの場合は得点を与えないことがある。特に、行列を基本変形する際には、どのような変形を施したか明記すること。

1 次の連立1次方程式を行列の行基本変形を用いて解け。

$$\begin{cases} x - 2y + z + w = 3 \\ 2x + y - 3z = -1 \\ -x - y + 2z + 2w = 0 \\ -2x + 2y - 3w = -2 \end{cases}$$

2 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & -6 & 3 \end{vmatrix}$$

3 次の行列の階数 (rank) を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$$

4 以下の問に答えよ。

(1) 次の行列が逆行列を持つかどうか判定し、逆行列があれば求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 17 \end{pmatrix}$$

(2) 次の行列が正則となるための  $k$  の条件を求め、そのとき、逆行列を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5  $A$ は正方行列で,  $A = \begin{pmatrix} A_{11} & O \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ と区分けされているとする. ただし,  $A_{11}$ ,

$A_{22}$ は正方行列,  $O$ は零行列である. このとき, 以下の問に答えよ.

(1)  $A_{11}$ が $2 \times 2$ 行列のとき,  $|A| = |A_{11}||A_{22}|$ を示せ.

(2) (1)を利用して, 次の行列の行列式の値を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) 一般に,  $|A| = |A_{11}||A_{22}|$ を示せ.

### \* 重要 \*

このテストは前期の最終授業(7月13日)の終了直後に返却する. このときに受け取りに来ない場合, このテストの得点を無効とする.