

線形数学 I 中間テスト

2001年6月28日実施  
 数理・情報科学科 佐藤信哉

試験時間は90分で、教科書、ノート、参考書など一切の持ち込み不可。答案には結果だけでなく、途中の過程も書くこと。結果のみの場合は得点を与えないことがある。特に、行列を基本変形する際には、どのような変形を施したか明記すること。

1 ((1)10点, (2)15点)

連立1次方程式について、以下の問に答えよ。

(1) 次の連立1次方程式を行列の行基本変形を用いて解け。

$$\begin{cases} 3x + 4y + z + 2w = 3 \\ 6x + 8y - 3z + 5w = 7 \\ 9x + 12y + 3z + 10w = 13 \end{cases}$$

(2) 次の連立1次方程式が、 $x = y = z = 0$ 以外の解を持つように $a$ の値を定め、そのとき連立1次方程式を解け。

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \end{cases}$$

2 ((1)10点, (2)10点)

行列の演算に関する次の問に答えよ。

(1)  $A, B$  をそれぞれ  $m \times l$  行列,  $l \times n$  行列とする。このとき、 ${}^t(AB) = {}^tB {}^tA$  を示せ。ただし、 ${}^tA$  は  $A$  の転置行列を表す。

(2)  $A$  を実数を成分にもつ  $2 \times 2$  行列とする。このとき、 $A^2 = O$  かつ  $A \neq O$  を満たす  $A$  を求めよ。

3 ((1)10点, (2)10点)

以下の行列式の値を求めよ。

(1)

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -6 & 3 \end{vmatrix}$$

(2)

$$\begin{vmatrix} 2x + y + z & y & z \\ x & 2y + z + x & z \\ x & y & 2z + x + y \end{vmatrix}$$

4 ((1)15点, (2)10点)

逆行列に関する以下の問に答えよ.

(1) 逆行列の公式を書け. また, 次の行列の逆行列を逆行列の公式を使って求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

(2) 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

5 (10点)

$m \times n$  行列  $A$ ,  $n \times l$  行列  $B$  をそれぞれ以下のように分割する.

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

ここで,  $A_{11}$ ,  $A_{22}$  はそれぞれ,  $m_1 \times n_1$  行列,  $m_2 \times n_2$  行列で,  $m_1 + m_2 = m$ ,  $n_1 + n_2 = n$  とする.

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$$

ここで,  $B_{11}$ ,  $B_{22}$  はそれぞれ,  $n_1 \times l_1$  行列,  $n_2 \times l_2$  行列で,  $l_1 + l_2 = l$  とする. このとき,

$$AB = \begin{pmatrix} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} \end{pmatrix}$$

となることを示せ.