

1 次の不定形の極限を求めよ .

(1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - x}{\sin^2 x}$$

(3)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan x)^{\cos x}$$

(4)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

2 関数 f は , 区間 $[a, b]$ で微分可能で , $f'(x) \geq 0$ かつ $[a, b]$ の少なくとも 1 点において f' の値が正になるとする . このとき , $f(a) < f(b)$ を示せ .

3 関数 f を閉区間 $[0, 1]$ から $[0, 1]$ への連続関数とする . このとき , 閉区間 $[0, 1]$ の点 x で , $f(x) = x$ となるものがあることを示せ . (不動点定理 .)