

1 次の極限值を求めよ .

(1)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

(2)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \log(x^2 + y^2)$$

2 $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ に関して , 以下の問いに答えよ .

(1) $\lim_{y \rightarrow 0}(\lim_{x \rightarrow 0} f(x, y))$, $\lim_{x \rightarrow 0}(\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y))$ を求めよ .

(2) 直線 $y = mx$ に沿って , $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ のときの $f(x, y)$ の極限值を求めよ .

(3) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ は存在しないことを確かめよ .

3 2 変数関数 $f(x, y)$ を次のように定める .

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+y^2}, & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0, & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

$f(x, y)$ は $(x, y) = (0, 0)$ で連続かどうか調べよ .

4 2 変数関数 $f(x, y)$ を次のように定める .

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x}, & (xy \neq 0) \\ 0, & (xy = 0) \end{cases}$$

(1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$ を示せ .

(2) $\lim_{y \rightarrow 0}(\lim_{x \rightarrow 0} f(x, y))$, $\lim_{x \rightarrow 0}(\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y))$ は , とともに存在しないことを示せ .

5 次関数のそれぞれの変数についての偏導関数を求めよ .

(1)

$$\tan^{-1} \frac{y}{x}$$

(2)

$$e^{x^2+y^2}$$

(3)

$$\cos xy$$

6 次を示せ .

$$f(x, y) = \frac{ax + by}{cx + dy} \text{ のとき } , x f_x + y f_y = 0 .$$

7 次関数の表す曲面の点 $(1, 1, 1)$ における接平面の式を求めよ .

$$z = f(x, y) = xy$$