数学演習 I（解析学基礎） 補充問題　No. 7

2002 年 7 月 4 日
数理・ 情報科学科 佐藤信哉

$\boxed{1}$ 2 変数関数 $f(x,y) = \sqrt{|xy|}$ について，$f_x(0,0)$, $f_y(0,0)$ を求めよ．また，点 $(0,0)$ において，$f(x,y)$ は微分可能でないことを示せ．

$\boxed{2}$ 以下の 2 変数関数について，2 階の偏導関数を全て求めよ．

(1) $f(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$　(2) $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$　(3) $f(x,y) = \sin\ xy$

$\boxed{3}$ 次の 2 変数関数について，$f_{xy} = f_{yx}$ を確かめよ．

(1) $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$　(2) $f(x,y) = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

$\boxed{4}$ 次の 2 変数関数 $f(x,y)$ について，$f_{xy}(0,0)$, $f_{yx}(0,0)$ を求めよ．

$$f(x) = \begin{cases} x^2\tan^{-1}\frac{y}{x} - y^2\tan^{-1}\frac{x}{y} & (xy \neq 0) \\ 0 & (xy = 0) \end{cases}$$

$\boxed{5}$ 2 変数関数 $z = f(x,y)$ に対し，$\Delta\ z$ を次で定める．

$$\Delta z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

（$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ は，ラプラシアンと呼ばれる.）

以下の 2 変数関数 $z = f(x,y)$ に対し，$\Delta\ z = 0$ を示せ．

(1) $z = x^3 - 3xy^2$　(2) $z = \log\ \sqrt{x^2+y^2}$　(3) $z = \tan^{-1}\frac{y}{x}$