

# 線形数学 I 中間テスト 略解

総合科学部 数理・情報科学科  
佐藤 信哉

1  $a = 2,$

$$s \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここで,  $s, t$  は任意の定数である.

2  $m$  が偶数のとき,  $A^m + B^m = 2(-1)^{m/2}I$ .  $m$  が奇数のとき,  $O$ .

3 (1)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(2) 数学的帰納法による. 省略.

4 次の行列の逆行列を求めよ.

(1)

$$\begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{(k-1)(k+2)} \begin{pmatrix} k+1 & -1 & -1 \\ -1 & k+1 & -1 \\ -1 & -1 & k+1 \end{pmatrix}$$

(2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 7/3 & -2/3 & 1 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1 & -3/2 & 1 & -1/2 \\ -1 & 5/3 & -1/3 & 1 \end{pmatrix}$$

5  $\det(U^*) = \det(\bar{U}) = \overline{\det(U)}$  であるから,

$$\det(U^*U) = \overline{\det(U)}\det(U) \geq 0.$$