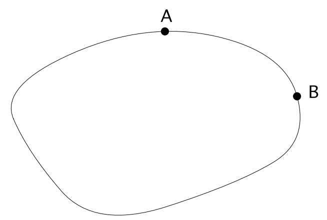
力学　第１１章演習問題

平成 17 年 7 月 6 日

I. 図のような形の剛体平板の重心を以下の方法で見つけることができる。点 A をつまんでぶら下げた状態で点 A を通る鉛直線を書く。同様に点 B をつまんでぶら下げて点 B を通る鉛直線を書く。この２本の直線の交点はこの平板の重心となっている。この方法の原理を説明せよ。



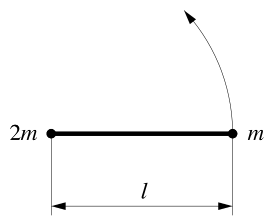
II. 半径 2cm，長さ 10cm の鉄製の棒がある。鉄の密度を 8 [g/cm^3] として，以下の問いに答えよ。

(a) 中心軸の周りの慣性モーメントを求めよ。MKS 単位系を用いよ。

(b) この棒が中心軸の周りに毎秒 10 回転しているとき，棒の持つ運動エネルギーを求めよ。

III. (a) 図のように，両端に質量 m の質点がついた長さ l の棒が，左側の質点を中心として角速度 ω で回転している。左側の質点の周りの角運動量 L の大きさと方向を求めよ。

(b) この回転を，左側の質点の周りの重心の運動と，重心の周りの棒の運動に分け，それぞれの角運動量 L_{G}, L' の大きさと方向を求め，$L = L_{\mathrm{G}} + L'$ が成り立つことを示せ。



IV. (a) 半径 a，質量 M の球の中心を通る軸（半径 a の円の中心を通る軸）の周りの慣性モーメントを求めよ。

(b) 半径 a，質量 M の球殻（中身が詰まっていない）の中心を通る軸の周りの慣性モーメントを求めよ。殻の厚さは非常に薄いものとして考えて良い。

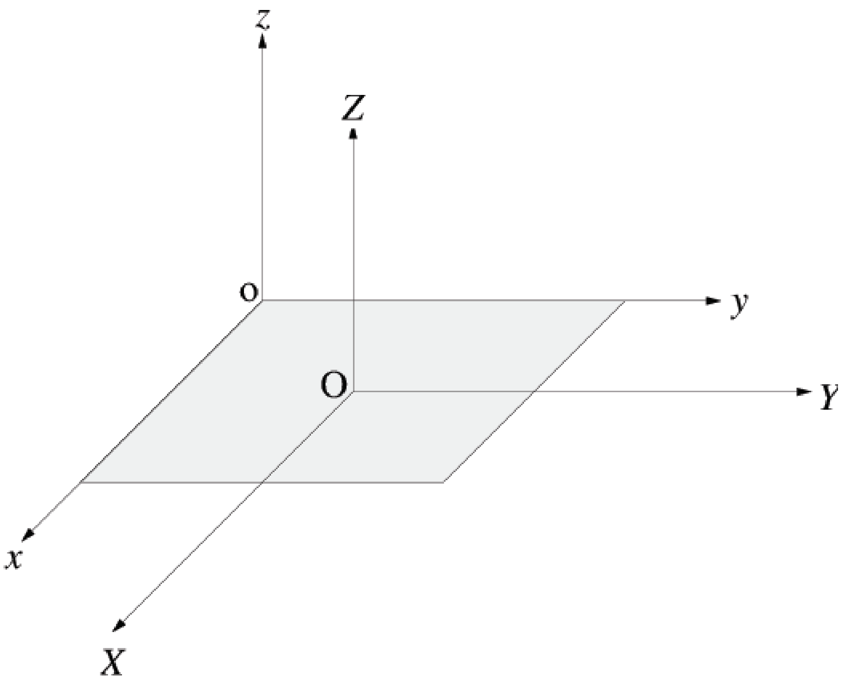
V. 図のように，厚さの無視できる質量 M，一辺の長さ a の正方形の板がある。板の質量中心（重心）O を原点とした座標軸を (X, Y, Z)，一つの頂点 o を原点とした座標軸を (x, y, z) として，以下の問いに答えよ。ただし，X, Y 軸，および x, y 軸は正方形の二辺に平行である。

(a) X 軸，Y 軸，Z 軸の周りの慣性モーメント I_X，I_Y，I_Z を求めよ。

(b) 慣性モーメントに関する定理 I（$I = I_{\mathrm{G}} + Mh^2$）を用いて，$z$ 軸の周りの慣性モーメント I_z を求めよ。

(c) 上の定理を用いず，z 軸の周りの慣性モーメント I_z を求め，上の結果と同じになることを確かめよ。

(d) 正方形の板を Z 軸の周りに角度 θ だけ回転させた。このときの X 軸，Y 軸，Z 軸の周りの慣性モーメント I_X，I_Y，I_Z を求めよ。



VI. 以下の表は質点の直線運動と固定軸を持つ剛体の回転運動の間の対応関係を示している。表中の空欄を埋めよ。長さ・重さ・時間の次元にはそれぞれ $[L], [M], [T]$ を用いよ。

直線運動			回転運動		
位置	x	$[L]$	回転角	ϕ	
速度	$v = \dot{x}$	$[LT^{-1}]$	角速度	$\omega = \dot{\phi}$	$[T^{-1}]$
加速度	$a = \ddot{x}$	$[LT^{-2}]$	角加速度	$\dot{\omega} = \ddot{\phi}$	$\boxed{}$
質量	m	$[M]$	$\boxed{}$	I	$\boxed{}$
$\boxed{}$	$p = m\dot{x}$	$[MLT^{-1}]$	角運動量	$\boxed{}$	$\boxed{}$
力	F	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$N = r \times F$	$\boxed{}$
運動方程式	$\boxed{}$		運動方程式	$N = I\ddot{\phi}$	
運動エネルギー	$K = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$	$[ML^2T^{-2}]$	運動エネルギー	$\boxed{}$	$\boxed{}$