

物性概論 2004年度期末試験

担当 平山孝人

2005年1月26日 17:00 ~ 18:20

注意：

- 問題用紙1枚, 解答用紙4枚, 計算用紙1枚。
- 全ての解答用紙に氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題数3題。全ての問いに答えること。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく、考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の値を用いよ。

素電荷： $e = 1.6 \times 10^{-19}$ (C), 真空中の誘電率： $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12}$ (F/m), 核子の質量： $m_p = m_n = 1.7 \times 10^{-27}$ (kg),
電子の質量： $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ (kg), ボルツマン定数： $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$ (J/K), アボガドロ数： $N_A = 6.0 \times 10^{23}$, 気体
定数： $R = 8.3$ (J/mol·K), プランク定数： $h = 6.6 \times 10^{-34}$ (J·s), 光速： $c = 3.0 \times 10^8$ (m/s)

1. (a) 水が100cc入ったコップがある。この中に含まれる水分子の数, 陽子の数, 中性子の数, 電子の数を求めよ。酸素の原子番号は8番, 質量数は16である。[有効数字2桁]
(b) 一価の金属である金は, 密度 1.9×10^4 (kg·m⁻³), 原子量 197 であり, 面心立方構造を取る。以下の量を計算せよ。[有効数字2桁]
 - i. 格子定数
 - ii. 最隣接原子間距離
 - iii. 第2隣接原子間距離 (2番目に近い原子までの距離)
 - iv. 伝導電子密度

2. 実在気体の状態は, 気体の圧力, 1 mol あたりの体積, 温度をそれぞれ p, V_m, T として, ファン・デル・ワールスの状態方程式で表すことができる。

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

- (a) 上の式に出てくるパラメーター： a, b の物理的意味を, 理想気体と実在気体との違いがわかるように説明せよ。
 - (b) 摂氏 27 度で 100 cm³ の容器に二酸化炭素 (CO₂) が 10 g 入っている。このときの容器内の圧力を理想気体の状態方程式とファン・デル・ワールスの状態方程式の二通りの式を使って計算せよ。炭素と酸素の質量数はそれぞれ 12 と 16, 二酸化炭素に対するファン・デル・ワールスの状態方程式のパラメーター a, b はそれぞれ 3.64×10^{-1} (Pa·m⁶·mol⁻²), 4.27×10^{-5} (m³·mol⁻¹) である。[有効数字2桁]
3. (a) 金属中の自由電子の状態密度 $D(E)$ は

$$D(E) = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}$$

で求められる。エネルギーと状態密度の関係のグラフを書け。縦軸の値は任意で良い。また, E_F をフェルミエネルギーとして, 絶対温度 0 度のときに電子が詰まっている領域を図に示せ。

- (b) 温度 T でエネルギー E の状態を占める電子数の期待値 $f(E)$ はフェルミ・ディラックの分布関数で表される。

$$f(E) = \left[\exp \left(\frac{E - E_F}{k_B T} \right) + 1 \right]^{-1}$$

$T = 0$ (K) の時のエネルギーと $f(E)$ の関係のグラフを書け。フェルミエネルギー $E_F = 5.0$ (eV) として, 横軸・縦軸の目盛りも記入せよ。 $T = 5000$ K の時はどうなるか? おおよその形を同じグラフ上に書け。

- (c) 上の議論およびグラフから電子比熱: C_{el} を求めることができる。その求め方を定性的に論じ, 電子比熱が温度に比例することを示せ。