

物理計測論 (CB113)
2016 年度秋学期 期末試験問題

担当 平山孝人
2017 年 1 月 30 日

注意：

- 問題用紙 1 枚，解答用紙 3 枚，グラフ用紙 1 枚，計算用紙 1 枚，問題数 3 題 + α 。
- 解答用紙 3 枚およびグラフ用紙の全てに氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく，考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の数値，式を用いよ。記号の意味は，講義で使ったものと同じである。

0.683, 0.954, 0.9973

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}\right] \quad w_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \quad w_a(n) = \exp(-a) \frac{a^n}{n!}$$

I. 以下の問いに答えよ。

- (a) 容積 10.5 cc, 2.412 cm³, 1.58 L の容器に入った水を全て足した時の水の質量を kg の単位で求めよ。
- (b) ある放射線源から放出される放射線の数に 1 秒間計数したところ，150 個あった。この放射線数を 1% の精度で測定するためには，何秒間計数をすれば良いか。ただし，測定時間内の放射線の強度の減衰は無視できるものとする。
- (c) ガウス分布が規格化された関数であることを示せ。必要であれば以下の公式を用いてよい。
$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \sqrt{2\pi}\sigma$$
- (d) 底面が半径 25.3 cm の円で，高さが 125.3 mm の円柱がある。測定値の誤差が全て測定値の 5% だった場合に，この円柱の体積とその誤差を m³ の単位で求めよ。
- (e) サイコロを 10 回振って，1 の目が 3 回出る確率を求めよ。また，1 の目が出る回数の期待値を求めよ。
- (f) 大学受験で使われる「偏差値」は $\left[\frac{\text{自分の点数} - \text{平均点}}{\text{標準偏差}} \times 10 + 50 \right]$ で定義される。受験者数 10,000 人，平均点 65 点，標準偏差 10 点の場合，偏差値 70 の人の点数と順位を求めよ。
- (g) In the following examples, F is a given function of the independently measured quantities X, Y and Z with the standard deviations $\Delta X, \Delta Y$ and ΔZ , respectively. Calculate the standard deviation ΔF or $\frac{\Delta F}{F}$.
- i. $F = XY + Z$ ii. $F = \frac{X^2 Y}{2Z^3}$ iii. $F = X^2 \ln(Y)$

II. 以下の問いに答えよ。

- (a) 2 本の棒の長さの差をなるべく精度良く測定したい。どのような工夫をして測定すれば良いか記せ。
- (b) 物理量 x と y が $y = ax^2$, $y = a \exp(bx)$ の関係にある場合，グラフの縦軸・横軸を適当にとれば直線的な関係にすることができる。それぞれの場合について，横軸・縦軸をどのようにとれば良いのかを記せ。
- (c) 科学系のレポートを書く場合に気をつけなければならない点は何か，簡単に述べよ。

III. 等速直線運動している物体の位置と時間の関係を測定して速度を求める実験をしたところ、以下のような結果が得られた。時間の測定誤差は無視できるほど小さく、距離の測定誤差は全ての測定点で ± 0.3 m である。

時間 (s)	1	3	7
距離 (m)	1.6	3.7	9.6

以下の問いに答えよ。

- (a) 配布したグラフ用紙に、横軸時間、縦軸距離として測定結果をプロットせよ。全ての測定点に誤差棒をつけること。
- (b) 最小自乗法を用いてこの物体の速度と誤差を求めよ。測定量 x, y に対して $y = ax + b$ の関係がある場合、最小自乗法を用いて求めた最適な a, b および σ_a, σ_b は以下の式で求められる。記号の意味は、講義で使ったものと同じである。

$$a = \left(\sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2} \right) / \Delta$$

$$b = \left(\sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \right) / \Delta$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\sigma_i^2} \right) / \Delta}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right) / \Delta}$$

$$\Delta = \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} - \left(\sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2$$

- (c) 最小自乗法を用いて求めた最適直線を、(a) で作成したグラフに書き加えよ。
- (d) この測定における誤差の見積もりが適切かどうかは χ^2 検定をしなくても判断可能である。この測定における誤差の見積もりが正しいかどうかを、その理由とともに述べよ。

IV. [オプション] このテスト問題を批評せよ。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何が書いてあっても減点することはない。