物理計測論（CB113）
2017 年度秋学期　期末試験問題

担当　平山孝人

2018 年 1 月 29 日

注意：

- 問題用紙 1 枚，解答用紙 3 枚，グラフ用紙 1 枚，計算用紙 1 枚，問題数 3 題＋ α。
- 解答用紙 3 枚およびグラフ用紙の全てに氏名・学生番号を記入せよ。
- 問題文で定義されていない記号を用いるときは必ず定義をしてから使うこと。
- 解答には結果だけでなく，考え方の筋道も書くこと。結果だけの解答には点数を与えないことがある。
- 必要ならば以下の数値，式を用いよ。記号の意味は，講義で使ったものと同じである。

0.683, 0.954, 0.9973

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{\sigma}\exp\left[-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad w_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}p^n q^{N-n} \qquad w_a(n) = \exp(-a)\frac{a^n}{n!}$$

I. 以下の問いに答えよ。

(a) χ^2 検定で用いられる χ^2 は

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{K} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k}$$

で求められる。この式の右辺に用いられている変数（K, O_k, E_k）の意味を説明せよ。また χ^2 の値が持つ意味を述べよ。

(b) A, B の 2 つの測定値から求められる値 Z を考える。A, B がそれぞれ $\Delta A, \Delta B$ の誤差を持つ場合，Z の誤差 ΔZ は誤差伝播を考えて $\Delta Z = \sqrt{c_A^2(\Delta A)^2 + c_B^2(\Delta B)^2}$ で求められることを示せ。

(c) 容積 2.54 cc，18.24 cm^3，0.95 L の容器に入った水を全て足した時の水の体積を m^3 の単位で求めよ。

(d) ある放射線源の計数率を測定したい。放射線源からの信号とバックグランド信号を合わせた信号（グロス信号）が 1 分間に 200 個，バックグランド 信号は 1 分間に 100 個であった。ただし，測定時間内の放射線の強度の減衰は無視できるものとする。

i. 放射線源からの 1 分間の計数率とその誤差を求めよ。

ii. 計数率を 5%以下の精度で測定したい。 グロス信号とバックグラウンド信号の計測時間を同じとしたとき，最低何分間測定しなければならないか。

(e) 6 個のサイコロを一度に振って，1 の目が 3 個出る確率を求めよ。また，1 の目が出る個数の期待値を求めよ。

(f) In the following examples, F is a given function of the independently measured quantities X, Y and Z with the standard deviations ΔX, ΔY and ΔZ, respectively. Calculate the standard deviation ΔF or $\dfrac{\Delta F}{F}$.

i. $F = 3X - 5Y$　　ii. $F = \dfrac{X^m}{YZ^n}$　　iii. $F = X\ln(Y)$

II. 以下の問いに答えよ。

(a) 理科系の文章を書く際，事実と意見を区別して記述することが大切である。「事実」と「意見」の違いを実際の例を挙げて説明せよ。

(b) 物理量 x と y が $y = ax^n$，$y = a\exp(bx)$ の関係にある場合，グラフの縦軸・横軸を適当にとってグラフを書くと直線的な関係にすることができる。それぞれの場合について，横軸・縦軸をどのようにとれば良いのかを記せ。

(c) 科学系のレポートを書く場合に気をつけなければならない点は何か，簡単に述べよ。

III. 等速直線運動している物体の位置と時間の関係を測定して速度を求める実験をしたところ，以下のような結果が得られた。時間の測定誤差は無視できるほど小さく，位置の測定誤差は全ての測定点で ± 2 m である。

時間 (s)	2	5	10
位置 (m)	18	37	56

以下の問いに答えよ。

(a) 配布したグラフ用紙に，横軸時間，縦軸位置として測定結果をプロットせよ。全ての測定点に誤差棒をつけること。［目見当の直線を書く必要は無い。］

(b) 最小自乗法を用いて，この物体の速度と誤差を単位付きで求めよ。測定量 x, y に対して $y = ax + b$ の関係がある場合，最小自乗法を用いて求めた最適な a, b および σ_a, σ_b は以下の式で求められる。記号の意味は，講義で使ったものと同じである。

$$a = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^{N} \frac{y_i}{\sigma_i^2} \right) \Big/ \Delta \qquad b = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^{N} \frac{y_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \right) \Big/ \Delta$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{\sigma_i^2} \right) \Big/ \Delta} \qquad \sigma_b = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right) \Big/ \Delta}$$

$$\Delta = \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_i^2} - \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{\sigma_i^2} \right)^2$$

(c) 最小自乗法を用いて求めた最適直線を，(a) で作成したグラフに書き加えよ。

(d) この測定における誤差の見積もりが適当かどうかは χ^2 検定をしなくても判断可能である。この測定における誤差の見積もりが正しいかどうかを，その理由とともに述べよ。

(e) 時間が 10 s の測定点のみ，位置の測定誤差が ±2 m ではなく ±10 m だった場合，最小自乗法で求めた最適直線の傾きは大きくなるか，小さくなるか答えよ。またその理由を定性的に述べよ（計算は必要ない）。

IV. ［オプション］このテスト問題を批評せよ。有意な内容の場合は加点する。無記入でも何が書いてあっても減点することはない。