



試験の解説



1(a). $A \rightarrow B \rightarrow C$ と動かした時の場をする仕事

$$A \rightarrow B : f_x(x, y)\Delta x \quad B \rightarrow C : f_y(x + \Delta x, y)\Delta y$$

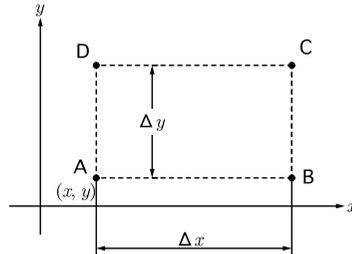
(b). $A \rightarrow D \rightarrow C$ と動かした時の場をする仕事

$$A \rightarrow D : f_y(x, y)\Delta y \quad D \rightarrow C : f_x(x, y + \Delta y)\Delta x$$

(c) 保存力であるための条件
仕事が経路によらない

$$W_{ABC} = W_{ADC}$$

$$[A \rightarrow B] + [B \rightarrow C] = [A \rightarrow D] + [D \rightarrow C]$$

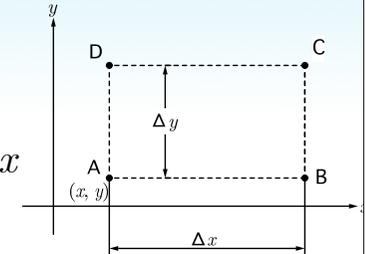


試験の解説



$$[A \rightarrow B] + [B \rightarrow C] = [A \rightarrow D] + [D \rightarrow C]$$

$$f_x(x, y)\Delta x + f_y(x + \Delta x, y)\Delta y = f_y(x, y)\Delta y + f_x(x, y + \Delta y)\Delta x$$



両辺を $\Delta x \Delta y$ で割って整理すると

$$\frac{f_x(x, y + \Delta y) - f_x(x, y)}{\Delta y} = \frac{f_y(x + \Delta x, y) - f_y(x, y)}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{\partial f_x(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial f_y(x, y)}{\partial x} \quad \text{あるいは} \quad \frac{\partial f_x(x, y)}{\partial y} - \frac{\partial f_y(x, y)}{\partial x} = 0$$



試験の解説



(d) $\vec{f}(x, y) = (-ax^2y, -\frac{1}{3}ax^3)$ は保存力?

$$\frac{\partial f_x(x, y)}{\partial y} - \frac{\partial f_y(x, y)}{\partial x} = 0 \quad \text{を確かめれば良い。}$$

$$\frac{\partial f_x(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(-ax^2y) = -ax^2$$

$$\frac{\partial f_y(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(-\frac{1}{3}ax^3) = -ax^2$$

\therefore 保存力である



試験の解説



2(a). 自由落下の速度と位置 (上向きを正とする)

$$v(t) = -gt \quad y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$(b) \quad y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v}{g}\right)^2 \quad gy + \frac{1}{2}v^2 = 0 \quad mgy + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

基準をどこに取るかによって式の形は変わる!

$$(c) \quad \frac{d}{dt} \left[mgy + \frac{1}{2}mv^2 \right] = mg \frac{dy}{dt} + mv \frac{dv}{dt} = 0$$

$$F = ma = -mg$$



試験の解説



$$3(a)\text{-i. } \vec{r} = (p \cos \omega t, p \sin \omega t)$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (-p\omega \sin \omega t, p\omega \cos \omega t)$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (-p\omega^2 \cos \omega t, -p\omega^2 \sin \omega t) \\ &= -\omega^2 (p \cos \omega t, p \sin \omega t) \end{aligned}$$

$$3(a)\text{-ii. } r^2 = x^2 + y^2 = p^2 \cos^2 \omega t + p^2 \sin^2 \omega t = p^2$$

半径 p の等速円運動



試験の解説

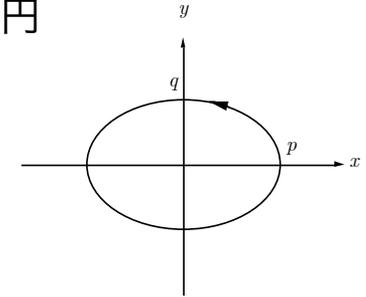


$$3(b)\text{-i. } \vec{r} = (p \cos \omega t, q \sin \omega t)$$

$$\vec{a} = -\omega^2 (p \cos \omega t, q \sin \omega t) = -\omega^2 \vec{r}$$

$$3(b)\text{-ii. } x = p \cos \omega t, y = q \sin \omega t$$

$$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1 \quad \text{楕円}$$



試験の解説



$$4(a). \text{ 重さによらず重力加速度: } g = 9.8 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\begin{aligned} (b). \quad \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60 \times 60 \times 24} \approx \frac{6}{60 \times 1500} \\ &\approx \frac{1}{15000} \approx 0.6 \times 10^{-4} \text{ (s}^{-1}\text{)} \quad (7.3 \times 10^{-5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= r \times \omega = 6 \times 10^6 \times 0.6 \times 10^{-4} \\ &\approx 400 \text{ (m/s)} \quad 438 \text{ (m/s)} = 1600 \text{ (km/h)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= r\omega^2 = 6 \times 10^6 \times (0.6 \times 10^{-4})^2 \\ &= 6 \times 0.36 \times 10^{-2} \approx 2 \times 10^{-2} \text{ (m/s}^2\text{)} \quad (3.2 \times 10^{-2}) \end{aligned}$$



試験の解説

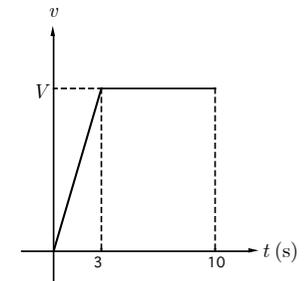


$$4(c). \quad a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \times 400}{1600} = 0.5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$4(d). \quad 100 \text{ (m)} = \frac{1}{2} \times 3 \times V + (10 - 3) \times V = 8.5V$$

$$\therefore V \approx 12 \text{ (m/s)} \quad (11.8)$$

$$\therefore a \approx \frac{12}{3} = 4 \text{ (m/s}^2\text{)} \quad (3.9)$$





試験の解説



4(c). 自由落下 : $9.8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ 地球の自転 : $10^{-2} \text{ (m/s}^2\text{)}$

新幹線 : $0.5 \text{ (m/s}^2\text{)}$

100m走 : $4 \text{ (m/s}^2\text{)}$

$$a = 10^{-2} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

人間の歩く速度 : 1 (m/s)

1 (m/s) の速度になるのに100秒かかる



- ・重力加速度に比べて非常に小さい
- ・常に [自転による加速度+重力加速度] を感じているから気がつかない



「数値」の大切さ



- ・数値の大きさをイメージする！
- ・1mと1.00mは全然違う！



数値の大きさのイメージ



物理は「自然」を表現するもの

あり得ない値かどうか考える

例えば, 角速度 : $\omega \text{ (rad/s)}$

1秒で1回転すると $2\pi \approx 6 \text{ (rad/s)}$

地球の角速度 $\omega = 400 \text{ (rad/s)}$



数値の大きさのイメージ



例えば, 速度 : $v \text{ (m/s)}$

赤道上の速度 : $v = 3 \times 10^9 \text{ (m/s)}$

[光速 : $c = 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$]

100m走の速度 : $v = 1.2 \text{ (m/s)}$



数値の大きさのイメージ



光速	c	3.0×10^8	m/s
電子の電荷	e	1.6×10^{-19}	C
アボガドロ数	N_A	6.02×10^{23}	mol ⁻¹
ボルツマン定数	k_B	1.38×10^{-23}	J/K
地球の半径	R_E	6400	km
電子の質量	m_e	9.1×10^{-31}	kg
核子の質量	$m_p \sim m_n$	1.67×10^{-27}	kg
プランク定数	h	6.63×10^{-34}	Js
ボーア半径	a_0	5.3×10^{-11}	m



数値の大きさのイメージ



例えば 1Aの電流

$$1 \text{ (A)} = 1 \text{ (C/s)} \quad \text{電子 1 個の電荷: } 1.6 \times 10^{-19} \text{ (C)}$$

$$1 \text{ (A)} = 10^{19} \text{ (e/s)}$$

例えば 1cc中の分子の数

$$22.4 \text{ リットル中に } 6 \times 10^{23} \text{ (個)}$$

$$22.4 \text{ (ltr)} = 22.4 \times 1000 \text{ (cc)} = 2 \times 10^4 \text{ (cc)}$$

$$1 \text{ cc には, } 6 \times 10^{23} / 2 \times 10^4 = 3 \times 10^{19} \text{ (個)} \quad (2.7 \times 10^{19})$$



数値の大きさのイメージ



例えば海の水の重さ

$$\begin{aligned} \text{地球の表面積} &= 4 \times \pi \times (6300 \times 10^3)^2 = 12 \times 4 \times 10^{13} \\ &= 5 \times 10^{14} \text{ (m}^2\text{)} \end{aligned}$$

- ・地球の表面のうち半分が海だとする。(本当は71%)
- ・海の深さの平均を1000mとする。(本当は3800m)

$$\text{海の体積} = 5 \times 10^{14} \times 0.5 \times 1000 = 2.5 \times 10^{17} \text{ (m}^3\text{)}$$

$$1 \text{ m}^3 \text{ の水の重さ} = 10^3 \text{ (kg)} = 1 \text{ ton}$$

$$\text{地球の海水の重さ} = 2.5 \times 10^{17} \times 10^3 = 2.5 \times 10^{20} \text{ (kg)}$$



1mと1.00mは全然違う！



測定した値を使って計算して別の物理量を求める場合

例えば縦1m, 横1.5mの板の面積: S

$$S = 1 \times 1.5 = 1.5 \text{ (m}^2\text{)} = 2 \text{ (m}^2\text{)}$$

例えば縦1m, 横2.4mの板の面積: S

$$S = 1 \times 2.4 = 2.4 \text{ (m}^2\text{)} = 2 \text{ (m}^2\text{)}$$

例えば縦1.0m, 横1.5mの板の面積: S

$$S = 1.0 \times 1.5 = 1.5 \text{ (m}^2\text{)}$$

1mとは「真の値が0.5m以上, 1.4m以下」という意味

1.0mとは「真の値が0.95m以上, 1.04m以下」という意味



1mと1.00mは全然違う！



有効数字

$$S = 1 \times 1.5 = 1.5 \text{ (m}^2\text{)} = 2 \text{ (m}^2\text{)}$$

有効数字：1桁

$$\begin{array}{r} 1.5 \\ \times 1 \\ \hline 1.5 \end{array}$$

$$S = 1.0 \times 1.5 = 1.5 \text{ (m}^2\text{)}$$

有効数字：2桁

$$\begin{array}{r} 1.5 \\ \times 1.0 \\ \hline 00 \\ 15 \\ \hline 1.50 \end{array}$$



1mと1.00mは全然違う！



[100m] の有効数字は何桁？

↓
3桁

1桁の場合：1 x 10² m

2桁の場合：1.0 x 10² m

3桁の場合：1.00 x 10² m