

1 次関数を微分せよ.

$$(1) \frac{\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{a^2-x^2}}{\sqrt{a^2+x^2}-\sqrt{a^2-x^2}} \quad (2) \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}} \quad (3) \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^3$$

2 関数 $f(x)$ に対して, $f'(a)$ が存在するならば,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} = f'(a)$$

となることを示せ. 逆に, $x = a$ において, 上の式の左辺の極限值が存在するならば, $f'(a)$ は存在するか?

3 次関数の $x = 0$ での連続性と微分可能性を調べよ.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

4 次関数の $x = 0$ における右側微分係数, 左側微分係数, 微分係数をそれぞれ定義に従って計算せよ.

$$f(x) = \begin{cases} x \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$