

2002 年 5 月 9 日

数理・情報科学科 佐藤信哉

1 次の関数を微分せよ.

(1)

$$\cos^{-1}(2 \sin x)$$

(2)

$$\sin^{-1}(\log x)$$

(3)

$$x^{\tan^{-1} x}$$

2 双曲線関数とは,

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

のことを言います. それぞれ, 双曲正弦, 双曲余弦, 双曲正接と言いますが, hyperbolic sine(ハイパボリックサイン), hyperbolic cosine(ハイパボリックコサイン), hyperbolic tangent(ハイパボリックタンジェント)と呼ぶことの方が多くようです. 双曲線関数について, 以下の等式を証明せよ.

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1, \quad 1 - \tanh^2 x = \frac{1}{\cosh^2 x}$$

ただし, $\sinh^2 x$ は, 3角関数のときと同様に, $(\sinh x)^2$ を意味する. また, $\cosh x$, $\sinh x$, $\tanh x$ をそれぞれ x で微分せよ.

3 次の等式を示せ.

$$\sin^{-1} x = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$